連続体の形状最適化に関する基礎的研究

著者	杉本　博之，菅田　紀之，山村　和人，斉藤　嘉之
雑誌名	土木学会年次学術講演会講演概要集
巻	43
ページ	20-21
発行年	1988-10
URL	http://hdl.handle.net/10258/2352

連続体の形状最適化に関する基礎的研究

著者	杉本　博之，菅田　紀之，山村　和人，斉藤　嘉之
雑誌名	土木学会年次学術講演会講演概要集
巻	43
ページ	20-21
発行年	1988-10
URL	http://hdl.handle.net/10258/2352

PSⅠ－10　連続体の形状最適化に関する基礎的研究

室蘭工業大学　正　員　杉本　博之　新日本製鐵　山村　和人
室蘭工業大学　正　員　菅田　紀之　北海道大学　学生員　斉藤　嘉之

１．まえがき　骨組構造物の最適設計に比べて、連続体の形状最適化に関する研究は遅れており、現在最も活発に研究されているテーマの１つである。[1]現在、ＭＳＣ／ＮＡＳＴＲＡＮと汎用最適化プログラムＡＤＳの内的な結合が計画されているが、連続体の形状最適化もその計画の目標の１つである。連続体の形状最適化は、土木・建築のみならず、種々の工学分野でニーズの高いテーマと考えられる。

連続体の形状最適化においては、離散化モデルを解析の対象とするのが一般であるが、離散化モデルであるため、設計変数のとり方、感度解析が最適化の効率、安定性に大きな影響を与える。筆者らは、連続体の形状最適化のための汎用的なプログラムの開発を研究テーマの１つとしているが、そのための基礎として、曲線形状のラグランジュ補間による近似、および感度解析についての考察をここに報告する。

２．ラグランジュ補間による曲線形状の近似　離散化モデルの形状最適化の場合、決定変数は連続体表面の節点座標である。しかし、それをそのまま設計変数とするのは、設計変数の数など数値計算上種々の問題があるので、ある区間を何らかの曲線（含直線）で近似し、その曲線の関数のパラメーターか、パラメーターを決めるための節点座標のみを設計変数とするのが一般である。[2]

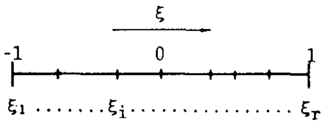
表面形状を近似する曲線としては、直線、円曲線、および多項式による曲線が用いられる。直線の場合は２点の座標、円曲線の場合は中心の座標と半径が設計変数となる。また、（ｒ－１）次多項式であれば、ｒ点の座標が設計変数となる。多項式による曲線近似は、ラグランジュ補間で行うことができる。

ｒ個の節点座標（$\bar{x}_i$，$\bar{y}_i$）（ｉ＝１～ｒ）が与えられ、それらがそれぞれ、図－１のξ_i（ｉ＝１～ｒ）に対応しているとすると、補間された節点座標は次式で計算される。

$$x=\sum_{i=1}^{r} N_i \bar{x}_i \qquad y=\sum_{i=1}^{r} N_i \bar{y}_i \qquad (1)$$

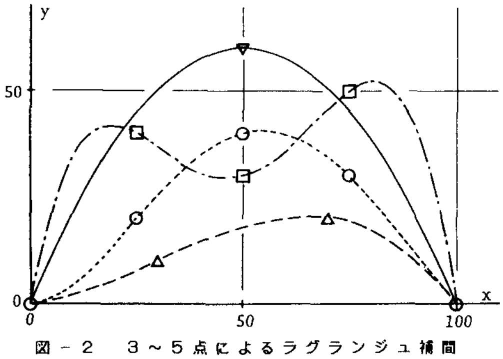
ここで、

$$N_i=\prod_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{r}(\xi-\xi_j)\Big/\prod_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{r}(\xi_i-\xi_j) \qquad (2)$$

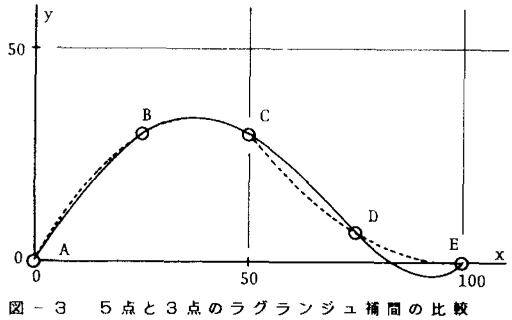


図－１　ξ座標

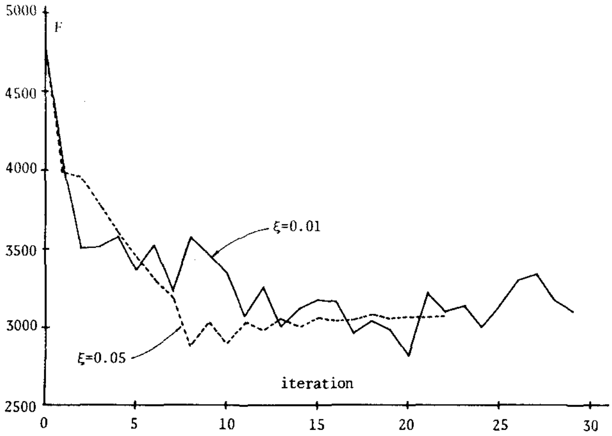
ラグランジュ補間は、式（１）、（２）のみで、すべての多項式に対応できるのが特徴である。３～５点を適当に与え、その間をラグランジュ補間した結果が図－２である。種々のケースに柔軟に対応しているが、あくまでも多項式であるので、場合によっては注意を要するケースもある。図－３の点Ａ～Ｅが与えられている場合、これらを５点で補間すると実線のようになる。同じ図で、Ａ～ＣおよびＣ～Ｅの３点の補間を２つ組み合わせると点線のようになる。設計変数の数は、どちらも同じであるので、問題に応じて組み合わせを考えなければならない。



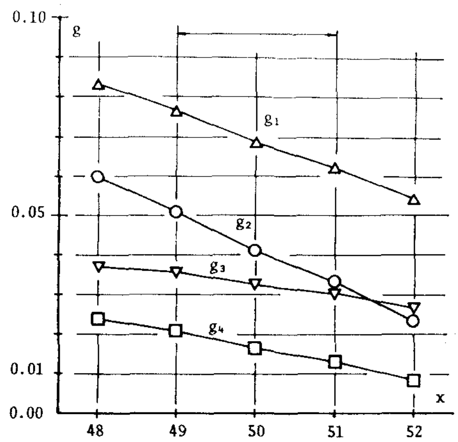
図－２　３～５点によるラグランジュ補間



図－３　５点と３点のラグランジュ補間の比較



図－4　ステップ幅による収束過程の比較



図－5．a　g－xの関係（1きざみ）

3．感度解析　最適化の過程では、必ず感度解析が行われるが、特に離散モデルを対象とする形状最適化の場合は注意が必要である。

感度解析は、実用上差分で計算されることが多いが、それは一般に次式で計算される。

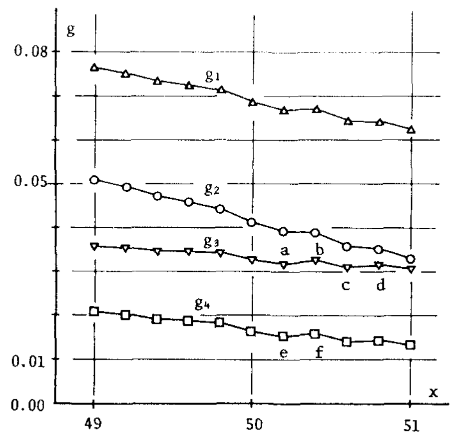
$$\frac{\partial g}{\partial x_i} \fallingdotseq \frac{g(x_i+\Delta x_i)-g(\Delta x_i)}{\Delta x_i} \qquad (3)$$

ここで、Δx_iは、

$$\Delta x_i = \xi\,|\,x_i\,| \qquad (4)$$

であり、差分のステップ幅である。

一般に、差分のステップ幅を決めるξの値は、数値計算の場合必ずしも小さい方が精度が良いとは限らないが、離散モデルの場合はそれが顕著に表われる。図－4は、ある連続体の形状最適化の収束の過程を示したものである。縦軸が目的関数の値で、横軸が繰り返し回数であり、工業最適設計では常識的なξ＝０．０１（実線）と比較的大きい０．０５（点線）の場合を比較している。図より明らかに、ステップ幅の大きいξ＝０．０５の場合の方が収束は良い。それは、形状に関する値を設計変数に選ぶ時、その変数に対する構造物の挙動が連続的で無いことによる。図－５．ａ、ｂは、図－４と同じ問題において、応力に関する制約条件g_1～g_4と設計変数との関係を示したものである。設計変数の値の間隔を大きくとった図－５．ａでは、すべて単調減少的な挙動を示すが、ｘが４９～５０の間をさらに細分すると、図－５．ｂのようになめらかさが失われ、ａ－ｂ、ｃ－ｄおよびｅ－ｆ間では、符合が逆になる。式（３）の差分の計算は近似式であるので誤差を伴うのはやむをえないが、符合が大域的な挙動と矛盾すると最適化の過程に悪影響をおよぼす。



図－５．ｂ　ｇ－ｘの関係（0.2きざみ）

離散モデルの挙動が図－５．ｂであるということは、解析的な感度解析を用いても同様な問題を起こすことを示唆し、差分のステップ幅は、ある程度大きくとらなければならないことを以上は示している。

4．あとがき　連続体の形状最適化における形状近似と感度解析について、基礎的な考察を加えた。

具体例における数値計算結果などは、当日発表する。

5．参考文献
１）三浦宏一：最適構造設計の方法とその応用について、第５回MSC/NASTRAN ユーザー会議論文集、1987.　２）Miyamoto Y. ,H.Sugimoto and S.Iwasaki:On Study of Shape Optimization of 2-Dimensional Elastic Bodies by BEM:Inter.Conf. on BEM in Engineering,1986.